

TS - Physique-Chimie - Spécialité
Devoir n°7 - Durée : 1h
Proposition de correction

LES FRETTEES D'UNE GUITARE

1. D'après le **document 2** et la relation $f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, on peut voir que la fréquence du son émis par une corde vibrante augmente lorsque la longueur de la corde diminue, ou que la force avec la corde est tendue augmente, ou encore que la masse linéique de la corde diminue.
2. Lorsque le guitariste déplace son doigt d'une case, la note produite est modifiée d'un demi-ton d'après le **document 3**. S'il rapproche son doigt d'une demie case de sorte à raccourcir la longueur utile de la corde, la note augmente alors d'un demi ton. Or deux demi tons séparent le SOL du LA. Il faut donc que le guitariste rapproche son doigt de deux cases vers lui afin de passer, sur la même corde, du SOL au LA.
3. D'après le tableau du **document 3**, quelle que soit l'octave, on a $f_{LA} = 2^{9/12} \times f_{DO}$ donc $f_{DO} = \frac{f_{LA}}{2^{9/12}}$. Or nous savons d'après ce même document que $f_{LA_3} = 440$ Hz. On en déduit la fréquence du DO de la troisième octave : $f_{DO_3} = \frac{f_{LA_3}}{2^{9/12}} = \frac{440}{2^{9/12}} = 262$ Hz. En outre, nous savons qu'en passant d'une octave à l'autre, on double la fréquence donc $f_{DO_4} = 2 \times f_{DO_3} = 2 \times 262 = 524$ Hz.
4. D'après le **document 2**, la longueur à vide L_0 d'une corde vérifie la relation $f_0 = \frac{1}{2L_0} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. Or chaque frette délimite une case correspondant à un demi ton, soit à un rapport de fréquence de $2^{1/12}$. Soient L_1 la nouvelle longueur de la corde lorsque l'on joue un demi ton plus haut et f_1 la fréquence de cette note. On aura alors $\frac{f_1}{f_0} = 2^{1/12}$ ou encore $\frac{L_0}{L_1} = 2^{1/12}$, L et f étant inversement proportionnelles. Ceci permet de calculer les longueurs utiles de la corde pour les différentes notes ainsi que les positions des frettes par rapport à l'extrémité du manche de la guitare ($L_0 - L_1$ par exemple) :

$$1^{\text{re}} \text{ frette} : \frac{L_0}{L_1} = 2^{1/12} \text{ d'où } L_1 = \frac{L_0}{2^{1/12}} = \frac{63,2}{2^{1/12}} = 59,7 \text{ cm et } L_0 - L_1 = 63,2 - 59,7 = 3,5 \text{ cm}$$

$$2^{\text{e}} \text{ frette} : \frac{L_1}{L_2} = 2^{1/12} \text{ d'où } L_2 = \frac{L_1}{2^{1/12}} = \frac{59,7}{2^{1/12}} = 56,3 \text{ cm et } L_0 - L_1 = 63,2 - 56,3 = 6,9 \text{ cm}$$

$$3^{\text{e}} \text{ frette} : \frac{L_2}{L_3} = 2^{1/12} \text{ d'où } L_3 = \frac{L_2}{2^{1/12}} = \frac{56,3}{2^{1/12}} = 53,1 \text{ cm et } L_0 - L_1 = 63,2 - 53,1 = 10,1 \text{ cm}$$

$$4^{\text{e}} \text{ frette} : \frac{L_3}{L_4} = 2^{1/12} \text{ d'où } L_4 = \frac{L_3}{2^{1/12}} = \frac{53,1}{2^{1/12}} = 50,2 \text{ cm et } L_0 - L_1 = 63,2 - 50,2 = 13,0 \text{ cm}$$

Ces résultats peuvent être vérifiés en procédant à des mesures sur le **document 1** et en tenant compte de l'échelle de ce document où les 63,2 cm de L_0 sont représentés par 14,9 cm sur la photographie :

| Mesure effectuée | Longueur mesurée | Longueur réelle | Longueur calculée | Écart relatif |
|---------------------------------------|------------------|-----------------|-------------------|---------------|
| Longueur à vide L_0 | 14,9 cm | 63,2 cm | — | — |
| Position de la 1 ^{re} frette | 0,85 cm | 3,6 cm | 3,5 cm | 3% |
| Position de la 2 ^e frette | 1,6 cm | 6,8 cm | 6,9 cm | 2% |
| Position de la 3 ^e frette | 2,3 cm | 9,8 cm | 10,1 cm | 3% |
| Position de la 4 ^e frette | 2,95 cm | 12,5 cm | 13,0 cm | 4% |

On peut voir que les valeurs calculées sont bien conformes aux valeurs mesurées avec des écarts relatifs inférieurs à 5%. Il y a donc bien cohérence entre les positions des frettes prévues par la gamme tempérée et la position réelle des frettes sur le manche de la guitare.