

CHAPITRE 9 : CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE NEWTONIENNES

Pierre-André LABOLLE

Lycée International des Pontonniers

Novembre 2015

I. Étudier un système

1. Définir le système

- Il s'agit de préciser ce que l'on étudie : quel point matériel, quel ensemble de points, quel objet ou quel groupe d'objet.
- Il s'agit souvent d'un solide indéformable.
- On étudie très souvent le mouvement d'un point particulier : le centre d'inertie G du solide.

2. Choisir un référentiel d'étude

- Le mouvement d'un corps dépend du corps de référence par rapport auquel on étudie ce mouvement (point de vue de l'observateur).
- Il convient alors de définir : une origine, un ou plusieurs axes et une origine des temps (horloge).
- Un référentiel est donc un repère d'espace accompagné d'un repère de temps.

I. Étudier un système

3. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système

- Avant toute chose, il convient de lister toutes les actions mécaniques extérieures appliquées au système d'étude et de donner, pour chaque force, les 4 caractéristiques qui les décrit : point d'application, direction, sens, intensité en newtons (N).
- Toutefois, certaines de ces caractéristiques ne sont pas accessibles directement et le but de l'exercice consistera sûrement à les déterminer.

4. Faire un schéma

- Représenter clairement la situation en schématisant le système, son environnement.
- À priori, sans souci d'échelle, représenter les différentes forces extérieures appliquées au système.

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantanée

- ➡ voir T.P. n°10
- ➡ Pour construire le vecteur vitesse au point d'indice 5 par exemple, on suivra les étapes suivantes :
 - Déterminer la valeur de la vitesse instantanée au point 5 : $v_5 = \frac{M_4 M_6}{2\tau}$
 - Tracer la parallèle au segment $M_4 M_6$ et passant par M_5 qui représente la direction du vecteur vitesse (tangente à la trajectoire).
 - Choisir une échelle de représentation pour les vitesses.
 - Construire le vecteur vitesse dans le sens du mouvement.

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantanée

$$\Rightarrow \vec{v}_5 = \frac{\overrightarrow{M_4 M_6}}{2\tau} = \frac{\overrightarrow{M_4 O} + \overrightarrow{O M_6}}{2\tau} = \frac{\overrightarrow{O M_6} - \overrightarrow{O M_4}}{2\tau} = \frac{\Delta \overrightarrow{O M}}{\Delta t}$$

- \vec{v}_5 représente donc la variation du vecteur position.
- Si la durée Δt est très petite, on obtiendra alors, sans approximation, le vecteur vitesse instantanée :

$$\Rightarrow \vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \overrightarrow{O M}}{\Delta t} = \frac{d \overrightarrow{O M}}{dt}$$

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantané

Vecteur vitesse instantanée

Dans un référentiel d'origine O, le vecteur vitesse d'un point mobile M à une date t est donné par la dérivée du vecteur position \overrightarrow{OM} par rapport au temps.

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

II. Décrire le mouvement d'un système

1. Vecteur vitesse instantané

- Coordonnées du vecteur position : $\overrightarrow{OM(t)} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$
- Coordonnées du vecteur vitesse : $\overrightarrow{v(t)} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$
- Les coordonnées du vecteur vitesse s'expriment en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

II. Décrire le mouvement d'un système

2. Vecteur accélération

- Si un solide subit une accélération, cela veut dire que son vecteur vitesse varie : il peut varier en norme, en direction, ou les deux à la fois !
- Le vecteur accélération nous renseigne sur les variations du vecteur vitesse.

Vecteur accélération

Dans un référentiel d'origine O, le vecteur accélération d'un point mobile M à une date t est donné par la dérivée du vecteur vitesse \vec{v} par rapport au temps.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \text{ où } a = \|\vec{a}\| \text{ s'exprime en } \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

II. Décrire le mouvement d'un système

2. Vecteur accélération

- Coordonnées du vecteur vitesse : $\overrightarrow{v(t)} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

- Coordonnées de l'accélération : $\overrightarrow{a} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \\ \frac{dv_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$

- Les coordonnées du vecteur accélération s'expriment en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

- $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

II. Décrire le mouvement d'un système

2. Vecteur accélération

- ➡ Pour construire le vecteur accélération au point d'indice 5 :
 - Commencer par construire les vecteurs vitesse aux points 4 et 6.
 - Construire le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_5} = \vec{v}_6 - \vec{v}_4$
 - Mesurer la longueur du vecteur $\overrightarrow{\Delta v_5}$ et convertir en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour en déterminer la norme à l'aide de l'échelle de vitesse choisie.
 - Calculer la norme du vecteur accélération : $a_5 = \frac{\Delta v_5}{2\tau}$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
 - Choisir une échelle d'accélération.
 - Tracer la parallèle au vecteur $\overrightarrow{\Delta v_5}$ passant par M_5 donnant la direction du vecteur accélération.
 - Tracer, au point M_5 le vecteur accélération $\overrightarrow{a_5}$ dans la même direction et le même sens que $\overrightarrow{\Delta v_5}$.