TS3 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°5 - Durée : 2h
Proposition de correction

AUTOUR DE L'ACTUALITÉ ASTRONOMIQUE

1. Étude de la comète ISON

1.1. D'après la première loi de Kepler, dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont un des foyers est occupé par le centre du Soleil. Ainsi, il est cohérent de trouver, sur la figure 2, le Soleil confondu avec le foyer F_1.

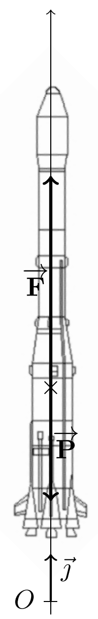
1.2. D'après la deuxième loi de Kepler (ou loi des aires), le segment $[SM]$ balaie des aires égales pendant des durées égales. Ainsi, comme la durée de parcours entre les points M_1 et M_1' est égale à celle entre les points M_2 et M_2', on en déduit que les deux aires sont égales : $A_1 = A_2$.

1.3. La distance parcourue par la planète sur son entre les points M_1 et M_1' est inférieure à celle parcourue entre les points M_2 et M_2'. En outre, ces distances sont parcourues pendant des durées égales. On en déduit que la vitesse moyenne de la planète entre les points M_1 et M_1' est inférieure à la vitesse moyenne de la planète entre les points M_2 et M_2' : $v_1 < v_2$.

2. Lancement du satellite GAIA

2.1. Forces s'exerçant pendant le décollage : pour que la fusée décolle, l'intensité de la force de poussée $\overrightarrow{F}$ doit être supérieure à l'intensité du poids $\overrightarrow{P}$.

2.2. Dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, d'après la deuxième loi de Newton, on a : $\overrightarrow{F} + \overrightarrow{P} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$. Or la masse du système est supposée constante d'où il vient la relation suivante : $\overrightarrow{F} + \overrightarrow{P} = M \cdot \vec{a}$. En outre, $\overrightarrow{P} = M \cdot \vec{g}$ d'où $\overrightarrow{F} + M \cdot \vec{g} = M \cdot \vec{a}$ ou encore $\vec{a} = \dfrac{\overrightarrow{F}}{M} + \vec{g}$. Enfin, $\overrightarrow{F}$ est dans le même sens que l'axe (Oy) alors que $\overrightarrow{P}$ est dans le sens opposé d'où, l'accélération étant dirigée vers le haut durant le décollage : $a = a_y = \boxed{\dfrac{F}{M} - g}$



2.3. Valeur de cette accélération : $a = \dfrac{F}{M} - g = \dfrac{1,16 \cdot 10^7}{7,3 \cdot 10^5} - 10 = 6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

2.4. À chaque instant, $a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = a = cste$ donc, en intégrant, $v_y = a \cdot t + v_{y_0} = a \cdot t$ car la vitesse de la fusée est initialement nulle. En outre, la vitesse de la fusée est purement verticale et vers le haut (donc dans le même sens que l'axe (Oy)) au décollage donc $v(t) = v_y = \boxed{a \cdot t}$ ou encore $v(t) = 6 \cdot t$.

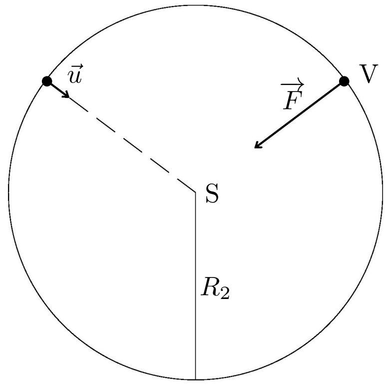
2.5. À chaque instant, $v_y = \dfrac{dy}{dt} = a \cdot t$ donc $y(t) = \dfrac{1}{2} a \cdot t^2 + y_0 = \boxed{\dfrac{1}{2} a \cdot t^2}$ car la fusée quitte l'origine de l'axe (Oy) à la date $t = 0$.

2.6. À la date $t_1 = 6,0$ s, la fusée aura parcouru la distance $y(6,0) = \dfrac{1}{2} a \cdot {t_1}^2 = \dfrac{1}{2} \times 6 \times (6,0)^2 = 100$ m

3. Visibilité et transit de Vénus

Partie A : Étude des caractéristiques du mouvement de Vénus

3.1. Le référentiel d'étude est centré sur le centre du Soleil : il s'agit du référentiel héliocentrique.



3.2. Soit $\overrightarrow{F_{S/V}}$ la force exercée par le Soleil sur Vénus et soit $\vec{u}$ un vecteur unitaire mobile radial dirigé vers le centre du Soleil. Alors la force exercée par le Soleil sur Vénus s'exprime par $\overrightarrow{F_{S/V}} = G \cdot \dfrac{M_1 \cdot M_2}{{R_2}^2} \cdot \vec{u}$

3.3. Dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen, d'après la deuxième loi de Newton, on a : $\overrightarrow{F_{S/V}} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$. Or la masse de Vénus est constante d'où il vient la relation suivante : $\overrightarrow{F_{S/V}} = M_2 \cdot \vec{a}$. Autrement dit, $G \cdot \dfrac{M_1 \cdot \cancel{M_2}}{{R_2}^2} \cdot \vec{u} = \cancel{M_2} \cdot \vec{a}$ d'où $\vec{a} = G \cdot \dfrac{M_1}{{R_2}^2} \cdot \vec{u}$

3.4. Étude théorique de la vitesse orbitale de Vénus

3.4.1 Si le mouvement de Vénus est uniforme, alors son accélération est purement normale et centripète d'où $\vec{a} = \dfrac{{v_2}^2}{R_2} \cdot \vec{u}$, le terme tangentiel $\dfrac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_T}$ où $\overrightarrow{u_T}$ est un vecteur tangent à la trajectoire orienté dans le sens du mouvement étant nul puisque la valeur de la vitesse est constante.

3.4.2 D'après ce qui précède, on a : $\dfrac{{v_2}^2}{\cancel{R_2}} = G \cdot \dfrac{M_1}{{R_2}^{\cancel{2}}}$ soit ${v_2}^2 = \dfrac{G \cdot M_1}{R_2}$ ou encore $v_2 = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_1}{R_2}}$

3.4.3 $v_2 = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_1}{R_2}} = \sqrt{\dfrac{6,6 \cdot 10^{-11} \times 2,0 \cdot 10^{30}}{1,0 \cdot 10^8 \cdot 10^3}} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 36 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

3.5. Étude de la période de Vénus

3.5.1 La période de révolution T_2 de Vénus est la durée que met Vénus pour faire un tour complet sur son orbite autour du Soleil.

3.5.2 On a donc $T_2 = \dfrac{2\pi \cdot R_2}{v_2} = \dfrac{2\pi \times 1,0 \cdot 10^8 \cdot 10^3}{3,6 \cdot 10^4} = 1,7 \cdot 10^7 \text{ s} \simeq 200$ jours terrestres

3.6. La troisième loi de Kepler

3.6.1 $T_2 = \dfrac{2\pi \cdot R_2}{v_2} = 2\pi \cdot R_2 \cdot \sqrt{\dfrac{R_2}{G \cdot M_1}}$ d'où ${T_2}^2 = 4\pi^2 \cdot {R_2}^2 \cdot \dfrac{R_2}{G \cdot M_1} = \dfrac{4\pi^2 \cdot {R_2}^3}{G \cdot M_1}$. On en déduit que le rapport du carré de la période de révolution au cube du rayon de l'orbite (jouant le rôle du demi grand-axe dans l'approximation des orbites circulaires) vaut : $\dfrac{{T_2}^2}{{R_2}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_1}$. Ce rapport est indépendant de la planète considérée et ne dépend que de l'astre attracteur (le Soleil dans notre cas). On retrouve ainsi la troisième loi de Kepler.

3.6.2 On peut en déduire l'expression de la masse du Soleil : $M_1 = \dfrac{4\pi^2 \cdot {R_2}^3}{G \cdot {T_2}^2}$

Partie B : Exploitation du transit de Vénus

3.7. On remarque la distance OE est égale au diamètre D_1 du Soleil. Ainsi, on obtient la distance AB par la relation : $AB = \dfrac{3}{4} \cdot OE = \dfrac{3}{4} \times 1,4 \cdot 10^6 = 1,1 \cdot 10^6$ km $= 1,1 \cdot 10^9$ m

3.8. Une autre détermination de la vitesse de Vénus

3.8.1 Par définition, $v_1 = \dfrac{A'B'}{t_{AB}}$. La distance $A'B'$ se calcule par le théorème de Thalès appliqué aux triangles $Q_1B'A'$ et Q_1BA en situation de Thalès, les segments $[A'B']$ et $[AB]$ étant considérés comme parallèles. Ainsi, il vient : $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{Q_1B'}{Q_1B}$ d'où $A'B' = \dfrac{AB \cdot Q_1B'}{Q_1B}$. Or $Q_1B = R_1$ et $Q_1B' = Q_1B - BB' = R_1 - R_2$. Ainsi, on obtient : $A'B' = AB \cdot \dfrac{R_1 - R_2}{R_1}$ et enfin la vitesse de Vénus : $v_1 = \dfrac{AB}{t_{AB}} \cdot \dfrac{R_1 - R_2}{R_1} = \dfrac{1,1 \cdot 10^9}{2,0 \cdot 10^4} \cdot \dfrac{1,5 \cdot 10^8 - 1,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} = 1,8 \cdot 10^4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 18\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$

3.8.2 Pendant le transit de Vénus, la Terre n'est pas immobile mais se déplace sur son orbite autour du Soleil. Il faudrait tenir compte de ce fait dans les calculs précédents.